



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + az & = -1 \\ -x + ay - z & = 2 \\ 2ax - 2y + a^2z & = 2 \end{cases}, a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro  $a$  y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [2 PUNTOS] De entre todos los rectángulos de perímetro 16 cm., determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.

- b) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de  $a \in \mathbf{R}$ ,  $a > 0$ , para que el área de la región plana encerrada entre la parábola  $y = x^2$  y la recta  $y = a$  sea igual a  $\frac{4}{3}$  unidades de superficie.

3. Los puntos  $A = (1,3,1)$  y  $B = (2,1,3)$  son dos vértices consecutivos de un cuadrado. Los otros dos vértices del cuadrado pertenecen a una recta  $r$  que pasa por el punto  $P = (2,7,0)$ .

- a) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de la recta  $r$ .

- b) [1 PUNTO] Determina la ecuación general del plano  $\pi$  que contiene al cuadrado.

- c) [1,25 PUNTOS] Calcula las coordenadas de los otros dos vértices del cuadrado.

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1.

**a)** [2 PUNTOS] Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , determina la matriz  $B$  que verifica  $A + B = A \cdot B$ .

**b)** [1,25 PUNTOS] Sea  $M$  una matriz cuadrada tal que  $\det(M) = -1$  y  $\det((-2)M) = 8$ . Calcula el tamaño de la matriz  $M$ .

2.

**a)** [1,5 PUNTOS] Considera la función  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4}$ . Halla los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que la gráfica de la función  $f$  tenga como asíntota horizontal la recta  $y = -1$  y un mínimo en  $(0,1)$ .

**b)** [1 PUNTO] Estudia si la función  $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  es derivable en  $x = 0$ .

**c)** [1 PUNTO] ¿Cuántos puntos de inflexión puede tener como máximo una función polinómica de grado cuatro?

3. Considera la recta  $r \equiv \frac{x-5}{-1} = y-2 = z$  y sea  $s$  la recta que pasa por los puntos  $A = (1,6,6)$  y  $B = (4,c,5)$ .

**a)** [1,5 PUNTOS] Determina el valor del parámetro  $c$  para que las rectas  $r$  y  $s$  se corten. Halla el punto de corte  $P$ .

**b)** [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano  $\pi$  que contiene a las dos rectas  $r$  y  $s$ .

**c)** [0,75 PUNTOS] Halla el coseno del ángulo  $\alpha$  que forman las rectas  $r$  y  $s$ . (Si no has determinado el valor del parámetro  $c$ , calcula  $\cos \alpha$  en función de  $c$ ).