



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2014

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ .

- a) [1 PUNTO] Calcula la matriz  $B = A^2 - 2A$ .
- b) [1 PUNTO] Determina para qué valores de  $a$  la matriz  $B$  tiene inversa.
- c) [1,25 PUNTOS] Para  $a = 1$ , calcula si es posible  $A^{-1}$  y  $B^{-1}$ .

2. Considera la función  $f(x) = \begin{cases} \text{sen}(x) & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

- a) [1 PUNTO] Estudia si la función  $f$  es derivable en  $x = 0$ .
- b) [1,5 PUNTOS] Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ . Dibuja su gráfica.
- c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas ( $y = 0$ ) y las rectas verticales  $x = 0$  y  $x = 3$ .

3. Considera el plano  $\pi$  y la recta  $r$  dados por

$$\pi : ax + 2y - 4z - 23 = 0, \quad r \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = z + 3$$

- a) [1 PUNTO] Halla el valor de  $a$  para el cuál la recta  $r$  está contenida en el plano  $\pi$ .
- b) [1 PUNTO] ¿Existe algún valor de  $a$  para el que la recta  $r$  es perpendicular al plano  $\pi$ ?
- c) [1,25 PUNTOS] Para  $a = 1$ , calcula la ecuación general del plano  $\pi_1$  que es perpendicular al plano  $\pi$  y que contiene a la recta  $r$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + y + az = -2 \\ ay + z = 0 \\ x + ay + z = -2 \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro  $a$  y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

a) [2 PUNTOS] Halla tres números no negativos que sumen 14, tales que uno sea el doble de otro y que la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.

b) [1,5 PUNTOS] Considera la función  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ . Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas.

b-1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

b-2) La función  $f$  tiene un máximo relativo en  $x = 1$ .

3. Considera la recta  $r \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ 2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}$  y los puntos  $A = (0,1,1)$  y  $B = (1,2,1)$ .

a) [1,5 PUNTOS] Halla un punto  $P$  de la recta  $r$  que equidiste de los puntos  $A$  y  $B$ .

b) [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano  $\pi$  que contiene a la recta  $r$  y al punto  $A$ .

c) [0,75 PUNTOS] Determina la distancia del punto  $B$  al plano  $\pi$ .