UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2012

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$ con $m \in \mathbf{R}$.

a) [1 PUNTO] Halla para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible).

b) [1,5 PUNTOS] Estudia para qué valores del parámetro m el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución.

c) [0,75 PUNTOS] Para $m = 1$, calcula las soluciones del sistema dado en el apartado anterior.

2. Considera la función: $f(x) = |x^2 - 1|$

a) [1,25 PUNTOS] Estudia la derivabilidad de la función f.

b) [1,25 PUNTOS] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f. Dibuja su gráfica.

c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 1$.

3. Considera los puntos $A = (1,1,-1)$, $B = (0,3,1)$ y $C = (2, m-2, -3)$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valor del parámetro m los tres puntos A, B y C están alineados y calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que los contiene.

b) [1,25 PUNTOS] Determina los valores del parámetro m para los que el área del triángulo de vértices A, B y C es igual a $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ unidades de superficie.

c) [0,75 PUNTOS] Para $m = 0$, calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos A, B y C.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) [2,25 PUNTOS] Determina la matriz A que verifica: $\det(A)=-7$ y $A\cdot B=C$.

b) [1 PUNTO] Sean A,B,C las matrices dadas arriba y que verifican las condiciones del apartado anterior. Decide cuál de las igualdades siguientes se cumple. Justifica tu respuesta.

(b-1) $A=C\cdot B^{-1}$ **(b-2)** $B=A^{-1}\cdot C$ **(b-3)** $A^{-1}=B\cdot C^{-1}$

2.

a) Considera la función $g(x)=\dfrac{a x^2+b}{x-1}$ definida para $x\neq 1$.

a-1) [1,25 PUNTOS] Calcula los valores de a y b para que la gráfica de g pase por el punto $(2,2)$ y tenga una asíntota oblicua de pendiente 1.

a-2) [1,25 PUNTOS] Para $a=1$ y $b=1$, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x=-1$.

b) [1 PUNTO] Determina si la función $f(x)=x\,|x|$ es derivable en $x=0$.

3. Considera la recta $r\equiv\begin{cases} 3x+2y-z-1 &=0 \\ x+y-1 &=0 \end{cases}$

a) [1,25 PUNTOS] Determina la ecuación de la recta s que corta perpendicularmente a la recta r y que pasa por el punto $P=(0,2,2)$.

b) [0,75 PUNTOS] Halla el punto Q dado por la intersección de las rectas r y s.

c) [1,25 PUNTOS] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las rectas r y s, y la ecuación de la recta r_1 perpendicular al plano π y que pasa por el punto Q.