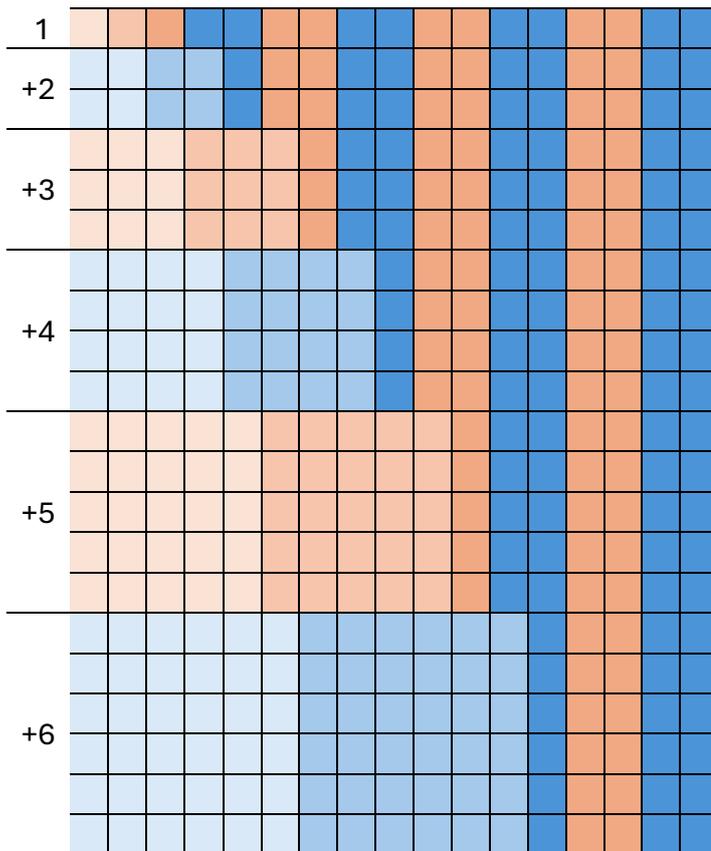


$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$$

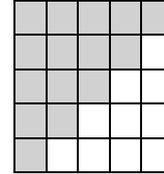


Claramente vemos unos cuadrados que son

$$2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2)$$

Y las zonas más oscuras son la suma de dos números triangulares consecutivos,

$$T_{n-1} + T_n, \text{ siendo } T_n = 1+2+3+\dots+n$$



En la figura vemos en gris T y en blanco T , la suma de dos números triangulares consecutivos es un cuadrado,

$$T_{n-1} + T_n = n^2$$

Por tanto el área de la figura de la izquierda es

$$3 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2)$$

La altura es $T_6 = \frac{7 \cdot 6}{2}$ es decir $\frac{(n+1) \cdot n}{2}$

Y la base es $1+2 \cdot 6$, es decir $1+2n$, luego:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = \frac{(n+1)n(2n+1)}{6}$$